

Modelos de Resistência ao Cisalhamento de Lajes de Concreto Estrutural Sem Armadura Transversal

Alex Micael Dantas de Sousa¹, Mounir Kalil El Debs²

¹EESC - USP / Departamento de Engenharia de Estruturas / alex_dantas@usp.br

²EESC - USP / Departamento de Engenharia de Estruturas / mkdebs@sc.usp.br

Resumo

O trabalho analisa os modelos de cálculo de resistência ao cisalhamento em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal disponíveis em normas técnicas como NBR 6118, *Model Code 2010*, ACI 318 e *Eurocode 2*. No caso de tabuleiros de pontes é frequente a solicitação de lajes por cargas parcialmente distribuídas em áreas reduzidas na proximidade de apoios. Este tipo de solicitação tende a mobilizar mecanismos adicionais de resistência devido a propagação horizontal da força cortante em direção ao apoio, motivo pelo qual os modelos de cisalhamento unidirecional de vigas e de punção em lajes não se adequam a este tipo de solicitação. Neste caso é necessária a definição de uma largura colaborante na seção a ser verificada, sendo este um procedimento pouco presente nos códigos normativos. A influência do estado de deformações do concreto, bem como o efeito geométrico na resistência ao cisalhamento, são parâmetros cada vez mais presentes nas formulações de previsão da resistência ao cisalhamento. Este e outros aspectos têm sido amplamente discutidos na literatura técnica, resultando em revisões dos métodos de cálculo preconizados nas normas técnicas, entretanto, ainda sem consenso sobre a quantificação da influência e definição dos mecanismos que governam a resistência ao cisalhamento. Desta forma, o trabalho objetiva apresentar uma discussão técnica dos métodos de cálculo da resistência ao cisalhamento presentes nestes códigos. Para ilustração e comparação entre os métodos foi utilizado um exemplo de aplicação que trata da carga parcialmente distribuída próxima do apoio em uma laje em balanço de seção transversal típica em pontes. Com base no resultados encontrados conclui-se que a existe uma grande variação dos resultados de resistência e solicitação calculadas por diferentes códigos, motivo pelo qual são necessários maiores estudos para identificar o modelo de cálculo com melhor nível de previsão.

Palavras-chave

Resistência à força cortante; Cisalhamento; Lajes sem armadura transversal; Concreto Armado.

Introdução

A resistência ao cisalhamento têm sido objeto de estudo de pesquisadores ao longo de décadas desde os trabalhos de Ritter e Morsh no início do século passado e muitos modelos de cálculo foram desenvolvidos desde então (ASCE Comitee 445, 1998). Entretanto, ainda hoje verifica-se dificuldade na formulação de um modelo de cálculo mais geral. A complexidade e quantidade dos mecanismos envolvidos na resistência ao cisalhamento geralmente estão associadas à grande dispersão de resultados experimentais na literatura (FERNANDES RUIZ et al. 2015). Em virtude do elevado

custo e dificuldade associada a disposição de armadura transversal em grandes tabuleiros de pontes, tornou-se comum a verificação e dimensionamento das lajes de concreto armado preferencialmente de modo a dispensar o uso de estribos. Desta forma, atribui-se ao concreto toda a resistência ao cisalhamento nestes elementos. Particularmente, os membros sem armadura transversal são reconhecidos como potenciais modos de falhas governantes no dimensionamento estrutural do estado limite último, seja pela sua limitada capacidade de deformações, seja pela sua ruptura frágil (CAVAGNIS et al., 2015).

Os modelos de cálculo da resistência ao cisalhamento mais utilizados na prática profissional em escritórios de engenharia geralmente subdividem-se em dois tipos (LANTSOGHT et al., 2015): (i) modelos de resistência ao cisalhamento de vigas ou faixas de lajes e (ii) modelos de resistência ao cisalhamento baseados na definição de perímetro crítico em punção. No caso de tabuleiros de pontes é frequente a solicitação por cargas parcialmente distribuídas que, devido a sua mobilidade, induzem ao aparecimento de solicitações na proximidade do apoio. Neste caso existe propagação horizontal da força cortante em direção ao apoio, motivo pelo qual os modelos de cisalhamento unidirecional de vigas e de punção em lajes não são perfeitamente adequados ao tratamento do problema.

O aumento das cargas solicitantes de projeto e redução do conservadorismo nos modelos de cálculo incorporados nas atualizações dos códigos de projeto têm como um dos resultados mais críticos a verificação da força cortante, que em muitos casos não tem sido atendida. Como a falha de uma estrutura por tensões cisalhantes acontece de modo quase-frágil, é imprescindível o aprimoramento e uso de modelos de cálculo mais racionais. Uma das possíveis abordagens para este problema é o uso de modelos de cálculo com maior nível de detalhamento de acordo com o grau de precisão e confiabilidade requerido, o que tende a ser atrativo na prática profissional por permitir soluções mais rápidas no caso de verificações preliminares (SIGRIST et al., 2013).

O presente trabalho trata da discussão dos modelos de verificação da força cortante previstos nos códigos normativos através da exploração de um exemplo numérico de aplicação. Com isto pretende-se identificar diretrizes para aprimoramento do código normativo brasileiro, com vistas a racionalização dos modelos de cálculo aplicados nos escritórios de engenharia.

Modelos de Cálculo

NBR 6118 (ABNT, 2014)

De acordo com o item 19.4.1 do código brasileiro, a resistência ao cisalhamento de lajes de concreto armado sem armadura transversal deve ser calculada através da expressão:

$$V_{Rd,c,NBR} = \left[\tau_{Rd} \cdot k (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (1)$$

Onde τ_{Rd} é a tensão de resistência ao cisalhamento calculada a partir da resistência a tração do concreto, $\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$; k é um coeficiente que depende da taxa de armadura de flexão longitudinal que chega aos apoios; ρ_1 é a taxa de armadura

longitudinal; σ_{cp} é a tensão normal devido a protensão, quando existente e b_w e d definem a área da seção resistente, localizada distante d da face do apoio.

Eurocode 2 (CEN, 2005)

De acordo com a seção 6.2.2 do código europeu, a resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado sem armadura transversal é dada por:

$$V_{Rd,c,EC2} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d \geq (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (2)$$

$$k = 1 + \sqrt{200/d_l} \leq 2 \quad (3)$$

Sendo $C_{Rd,c}$ um fator empírico definido para a resistência ao cisalhamento característica pela relação $0.18/\gamma_c$, onde γ_c é o fator de segurança parcial para o concreto em cisalhamento, geralmente igual 1.5; k_1 e v_{\min} são coeficientes que assumem valores de acordo com o anexo nacional de cada país, com valores recomendados de $k_1 = 0.15$ e $v_{\min} = 0.035 k^{3/2} \sqrt{f_{ck}}$. A contribuição de cargas aplicadas no intervalo $0.5d_l \leq a_v \leq 2d_l$, sendo a_v a distância face a face entre carga e apoio, para a força cortante de cálculo V_{Ed} deve ser multiplicada pelo fator $\beta = a_v / 2d_l$.

ACI 318 (ACI, 2014)

De acordo com a tabela 22.5.5.1 da seção 22.5.5.1 do código americano, para concretos de peso normal ($\lambda = 1$), a resistência ao cisalhamento pode ser estimada com base nas formulações da carga de fissura inclinada de acordo com o nível de precisão requerido na análise (Unidades SI: f_{ck} em MPa):

$$V_{ACI,simplificado} = 0.17 \sqrt{f_{ck}} b_w d_l \quad (4)$$

$$V_{ACI,detalhado} = \left(0.16 \sqrt{f_{ck}} + 17 \rho_l \frac{V_u d_l}{M_u} \right) b_w d_l \leq 0.29 \sqrt{f_{ck}} b_w d_l \quad (5)$$

Onde a equação (4), mais simplista e conservadora, é utilizada pela maioria dos engenheiros em cálculos preliminares, e a equação (5) é recomendada para um cálculo mais detalhado, que resulta em valores menos conservadores. Na equação (5) M_u é o momento solicitante que ocorre simultaneamente com a força cortante solicitante V_u na seção considerada. O resultado da relação $V_u d_l / M_u$ não pode ser tomado maior que a unidade.

Model Code 2010 (fib, 2012)

O Model Code 2010 recomenda o modelo de propagação horizontal da força cortante apresentado na Figura 1.c. A resistência ao cisalhamento atribuída ao concreto na ausência de armadura transversal é dada no parágrafo § 7.3.3.2 através da relação:

$$V_{MC2010} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z b_w \quad (\text{com } \sqrt{f_{ck}} \leq 8 \text{ MPa}) \quad (6)$$

O valor de k_v depende do nível de aproximação do cálculo (I ou II), conforme expresso abaixo:

$$k_v(I) = \frac{180}{1000 + 1.25z} \quad (7)$$

$$k_v(II) = \frac{0.4}{1 + 1500\varepsilon_x} \frac{1300}{1000 + k_{dg}z} \quad (8)$$

A expressão (8) é baseada na Teoria do Campo de Compressão Modificado (Vecchio e Collins, 1986). O termo k_{dg} e a deformação longitudinal do concreto ε , considerada a meia profundidade na seção, podem ser calculados pelas expressões:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 1.75 \quad (9)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2E_s A_s} \left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\Delta e}{z} \right) \right) \quad (10)$$

Observa-se que o fator $k_v(II)$ inclui os efeitos da deformação ε_x e da espessura (dimensão z), com o agregado sendo levado em consideração através de k_{dg} , onde d_g é o tamanho máximo do agregado. A expressão de $k_v(I)$ é obtida assumindo tamanho máximo do agregado igual a 9.6 mm e a deformação do concreto como metade da deformação de escoamento de um aço CA-50 ($\varepsilon_x = 0.00125$)

Definição da largura efetiva

Uma vez que a propagação horizontal da força cortante ocorre para uma faixa limitada do comprimento dos apoios, faz-se necessária a definição da largura efetiva na resistência ao cisalhamento. Embora o único documento de projeto que trate do assunto seja o Model Code 2010, na prática profissional de alguns países existem recomendações acerca do assunto. No método holandês (NORMCOMISSIE 351001, 1995) considera-se a propagação da força cortante em ângulo de 45° a partir do centro da carga (Figura 1.a), enquanto que no método francês (FD P 18-717, 2013) considera-se a propagação a partir da face da carga mais afastada em relação ao apoio

(Figura 1.b). A Figura 1.c apresenta o método preconizado pelo *Model Code 2010* (*fib*, 2012), que diferencia o ângulo de propagação de acordo com a vinculação da laje no bordo (45° para bordo com continuidade da laje e 60° para bordo simplesmente apoiado) e define a largura efetiva à uma distância $d \leq a_v / 2$ da face do apoio.

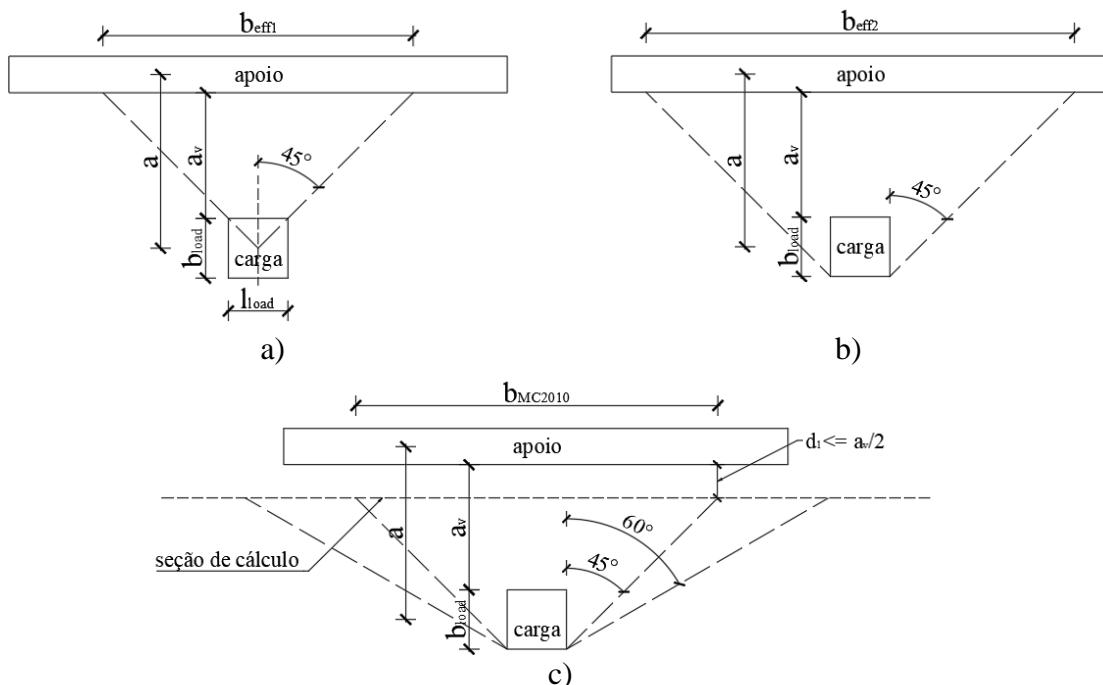


Figura 1 - Modelos de definição da largura efetiva.

Análise dos Modelos de Cálculo

De acordo com as formulações da NBR 6118 e ACI 318 a resistência ao cisalhamento cresce conforme a taxa de armadura na seção considerada aumenta. Entretanto, estas formulações não consideram o efeito de espessura. Consequentemente, e embora bons resultados sejam obtidos em trabalhos da literatura (Bui et al., 2017), estimativas inseguras da resistência ao cisalhamento de lajes com grandes espessuras podem ser obtidas usando as formulações citadas. O efeito de espessura pode ser compreendido como uma propriedade de materiais quase-frágeis como o concreto.

De uma forma geral o engrenamento dos agregados é diretamente influenciado pelo tipo de agregado e pela resistência do concreto. Em agregados leves e concretos de alta resistência as fissuras se desenvolvem preferencialmente através das partículas de agregado, o que tende a produzir superfícies fissuradas de menor rugosidade. O efeito da fratura dos agregados é tratado apenas na formulação do *Model Code 2010* (*fib*, 2012) através do fator k_{dg} presente na formulação do k_v para o nível II de aproximação discutido anteriormente. Yang et al. (2016) alertam, porém, que a forma utilizada pelo *Model Code 2010* insere uma descontinuidade na relação entre a resistência do concreto e a resistência ao cisalhamento, uma vez que provoca uma redução abrupta $> 40\%$ quando a resistência do concreto atinge o patamar de 70 MPa. O efeito do

engrenamento dos agregados não é tratado explicitamente nas demais formulação como o Eurocode 2 (CEN, 2005). Consequentemente, a resistência ao cisalhamento calculada nestes modelos aumenta continuamente com a resistência do concreto, o que não se adequa a observações experimentais em concretos de resistência superiores a 65 MPa. Sobre a NBR 6118, esta não discorre sobre o assunto no que diz respeito a resistência ao cisalhamento.

Exemplo de Aplicação em Projeto

Com a finalidade de exemplificar a aplicação dos modelos de cálculo previstos em norma e na literatura técnica, foi analisada a região de laje em balanço de uma seção típica de ponte com duas longarinas (Figura 2.a). Para efeito deste exemplo foram eliminadas a variação de espessura e mínsula. Foi utilizada a carga móvel rodoviária padrão TB-450 prevista na NBR 7188 (ABNT, 2013), que estabelece a carga de 75kN por roda distribuída em uma área de contato de 200 mm x 500 mm.

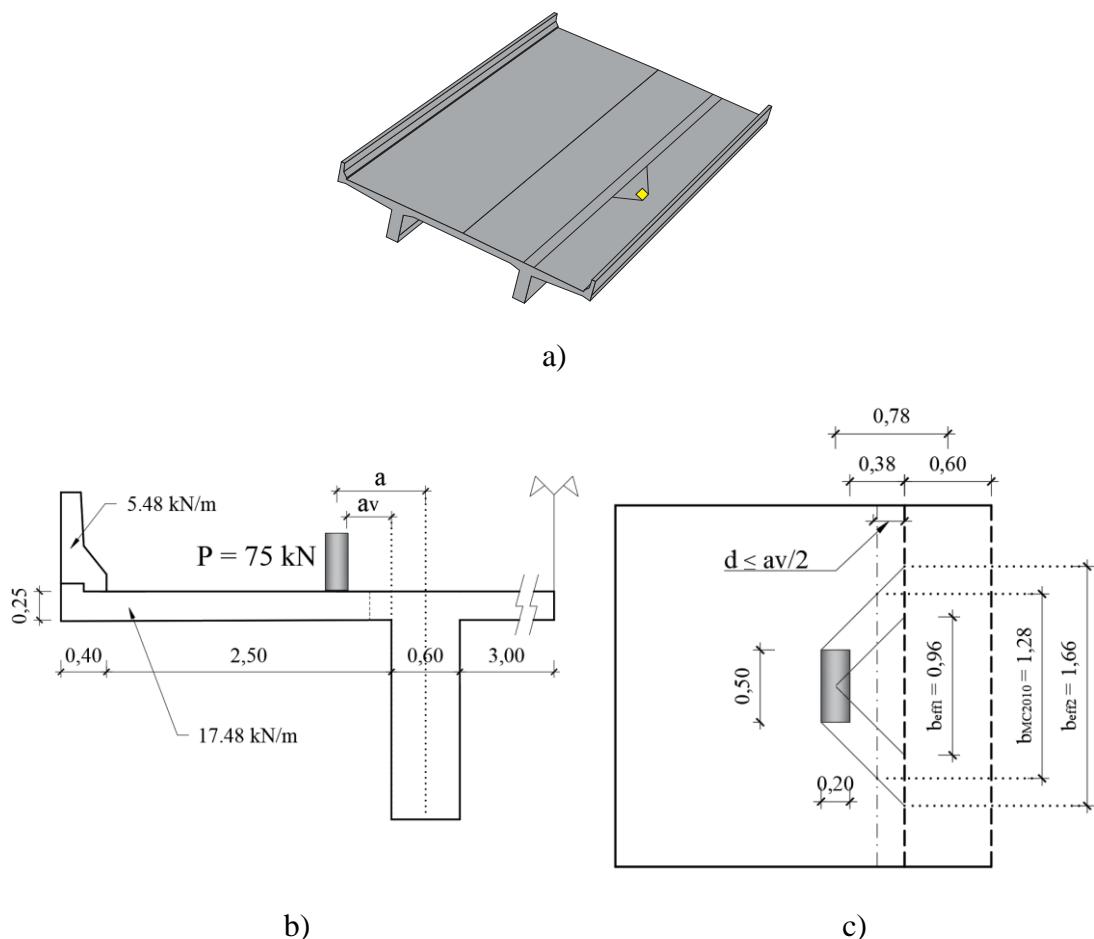


Figura 2 - a) Vista da Região Estudada; b) Seção Transversal da Laje em Balanço e c) Vista em Planta da Laje Carregada

Para simplificar a análise considerou-se uma seção sem mísulas na laje, que possui espessura de 250 mm e taxa de armadura longitudinal negativa $\rho_l = 0.88\%$

($\phi 16 c / 100 \text{ mm} - 22.12 \text{ cm}^2 / \text{m}$). Considerou-se concreto C50 ($f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ e $\gamma_c = 1.5$) com tamanho máximo dos agregados de 19 mm e armadura CA-50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, $E_s = 210 \text{ GPa}$, $\gamma_s = 1.15$). Considerando o recobrimento de concreto 25 mm, a altura útil da armadura longitudinal negativa vale $d = 0.217 \text{ m}$. A dimensão da área comprimida na seção pode ser calculada pela relação $(2212 \text{ mm}^2 \cdot 500 \text{ MPa} / 1.15) / (1000 \text{ mm} \cdot 50 \text{ MPa} / 1.5) = 28.85 \text{ mm}$. Subtraindo metade do valor calculado da altura efetiva d encontra-se a dimensão do braço de alavanca $z = 188.15 \text{ mm}$. A distância face a face entre carga e apoio está ilustrada na Figura 2.b e Figura 2.c e vale $a_v = 0.48825 \text{ m}$, o que resulta na relação $a_v / d_l = 2.25$.

Resultados

A Figura 3 apresenta os resultados da relação V_{rd} / V_{sd} de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), Eurocode 2 (CEN, 2005), ACI 318 (ACI, 2014) e Model Code 2010 (fib, 2012). Uma vez que apenas o Model Code 2010 trata da definição da largura resistente ao cisalhamento no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio, foram necessárias algumas considerações para os códigos de projeto estudados. (H = largura efetiva definida pelo método holandês; F = largura efetiva definida pelo método francês; β = utilização do fator de redução da carga solicitante quando posicionada próxima do apoio; A = uso do coeficiente ν_{min} de acordo com o anexo francês do Eurocode 2; S = método simplificado de cálculo do ACI 318; D = método detalhado de cálculo do ACI 318; $NA(I)$ = nível (I) de aproximação de cálculo pelo Model Code 2010 e $NA(II)$ = nível (II) de aproximação de cálculo de acordo com o Model Code 2010).

Da Figura 3 observa-se que todos os modelos de cálculo resultaram em previsões de resistência maiores que a solicitação, mesmo utilizando diferentes considerações a respeito da largura efetiva e utilização de coeficientes de redução da solicitação (β). Ainda sobre a Figura 3 identifica-se que o método Francês de definição da largura efetiva resulta nas maiores previsões de resistência ao cisalhamento, o que já era esperado por resultar em maiores larguras colaborantes na resistência ao cisalhamento. Comparativamente, o código brasileiro apresentou as menores previsões de resistência ao cisalhamento, exceto pelo caso do Model Code com o nível de Aproximação I. Como pode ser observado, o Model Code 2010 no nível II de aproximação resultou em previsões de resistência maiores que o nível I de aproximação, o que era esperado uma vez que procedimentos de cálculo mais detalhados tendem a ser menos conservadores. Entretanto, o método detalhado ACI 318 resultou em resistências menores que a do cálculo simplificado, provavelmente por levar em consideração o estado de solicitação de um membro engastado pela relação Vd_l / M na seção considerada.

Os resultados demonstram, através da grande dispersão dos resultados obtidos a necessidade de avaliação dos modelos de cálculo da resistência ao cisalhamento no intuito de determinar o método ou identificar pontos chave para aprimoramento dos procedimentos de cálculo. Como foi observado, o método proposto pelo código brasileiro deve ser reavaliado no sentido de incorporar os recentes avanços na área de

dimensionamento e estabelecer diretrizes para cálculo da largura efetiva colaborante e redução da força cortante solicitante quando a carga está locada próxima do apoio.

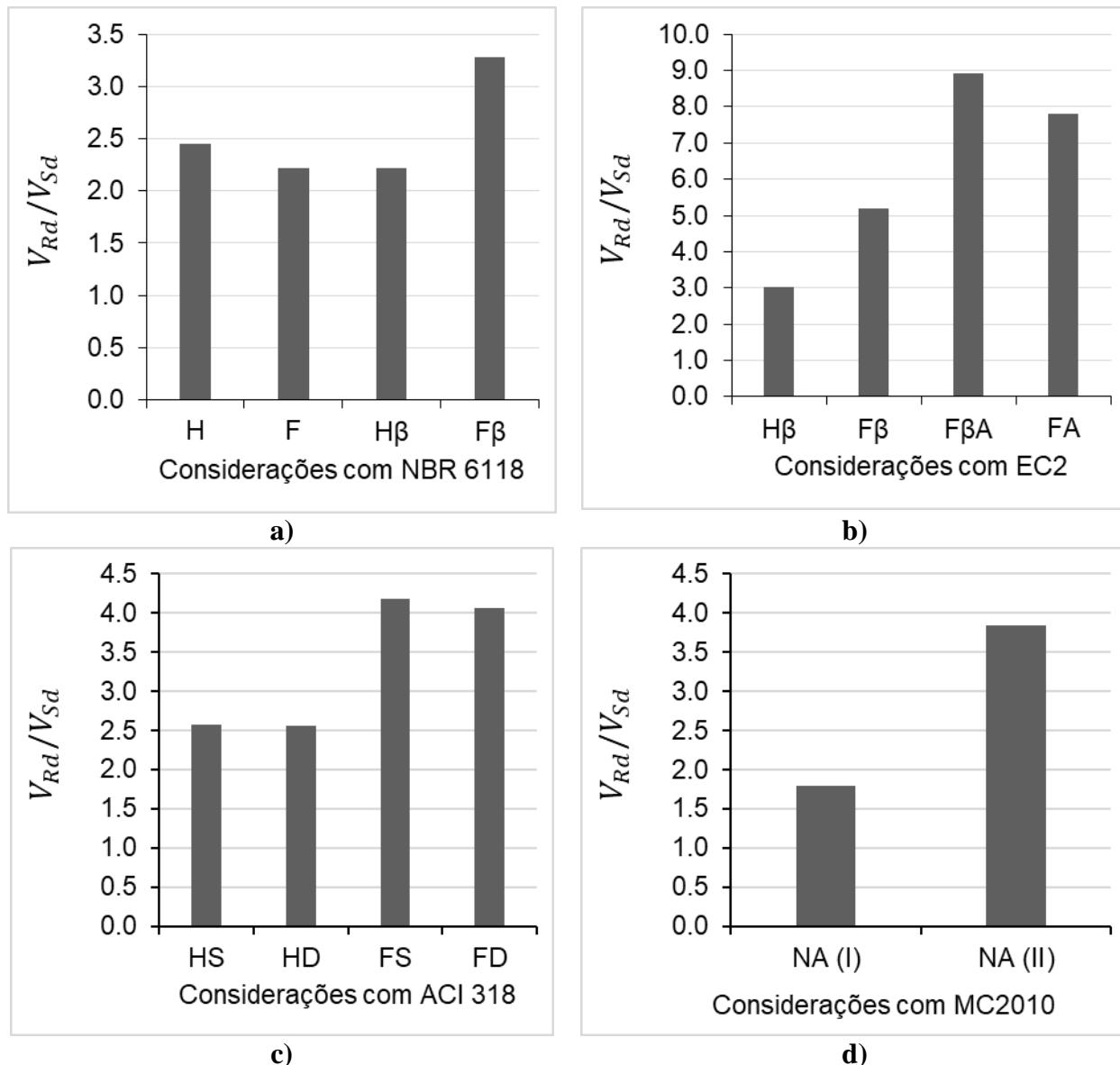


Figura 3 – Relação V_{Rd} / V_{sd} de acordo com a) NBR 6118; b) Eurocode 2; c) ACI 318 e d) Model Code 2010.

Conclusões

O trabalho propõe a discussão de aspectos referentes a avaliação da resistência ao cisalhamento de lajes de concreto estrutural sem armadura transversal, com enfoque para o caso de cargas parcialmente distribuídas na proximidade do apoio. A partir das análises desenvolvidas é possível concluir que : (i) os resultados de resistência ao cisalhamento previstos por diferentes códigos normativos apresentam grande variação,

corroborando a falta de consenso sobre a quantificação da influência dos mecanismos envolvidos; (ii) o método francês e do Model Code para determinação da largura efetiva tendem a ser mais adequados por levarem em consideração a geometria da área carregada, motivo pelo qual resulta em maiores dimensões do que a prevista pelo método holandês.

Referências

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary. Committee 318, American Concrete Institute. p. 520, 2014.
- ASCE-ACI COMMITTEE 445 ON SHEAR AND TORSION. Recent approaches to shear design of structural concrete. *Journal of Structural Engineering*, v. 124, n. 12, p. 1375-1417, 1998.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188: 2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013;
- BUI, T. T.; NANA ,W. S. A; ABOURI, S.; LIMAM, A.; TEDOLDI , B.; ROURE, T. Experimental investigation of shear strength of full-scale concrete slabs subjected to concentrated loads in nuclear buildings. *Engineering Structures*, 131, 405-420, 2017.
- CAVAGNIS F, FERNÁNDEZ RUIZ M, MUTTONI A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results. *Eng Struct*;103:157–73, 2015.
- CEN. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1–1: General rules and rules for buildings. EN 1992-1-1:2005. Bruss Belg Com Eur Norm; p. 229, 2005.
- FD P 18-717. Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Guide d'application des normes NF EN 1992; 2013.
- FERNÁNDEZ RUIZ M, MUTTONI A, SAGASETA J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: a mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Eng Struct*; 99:360–72, 2015.
- fib. Model Code 2010: final draft. Lausanne International Federation Structure Concrete; 2012.
- LANTSOGHT, E. O. L., C. VAN DER VEEN, J. C. WALRAVEN & A. DE BOER. Transition from one-way to two-way shear in slabs under concentrated loads. *Magazine of Concrete Research*, 67, 909-922, 2015.
- NORMCOMMISSIE 351001, NEN 6720 Technische Grondslagen voor Bouwvoorschriften, Voorschriften Beton TGB 1990–Constructieve Eisen em Rekenmethoden (VBC 1995); 1995.
- SIGRIST, V., BENTZ, E., RUIZ, M. F., FOSTER, S., & MUTTONI, A. Background to the fib Model Code 2010 shear provisions–part I: beams and slabs. *Structural Concrete*, 14(3), 195-203, 2013.
- VECCHIO, F. J., and COLLINS, M. P., The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI JOURNAL*, Proceedings V. 83, No. 2, pp. 219-231, Mar.-Apr. 1986.
- YANG, Y. G; UIJL, J. den & WALRAVEN, J. Critical shear displacement theory: on the way to extending the scope of shear design and assessment for members without shear reinforcement. *Structural Concrete*, 17, 790-798, 2016.